

Treść zadania: Na wykresie przedstawiono zależność składowej pionowej prędkości v_y w funkcji czasu t . Określ równanie opisujące tę zależność i użyj go do analizy ruchu. Przyjmij uproszczony model zjawiska.

Równanie funkcji:

$$v_y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

gdzie:

- A – amplituda drgań (maksymalna wartość v_y),
- ω – pulsacja,
- φ – faza początkowa,
- t – czas.

1 Wyznaczenie parametrów ruchu

1.1 Amplituda A

Amplituda to maksymalna wartość prędkości v_y w funkcji czasu. Z wykresu odczytujemy, że największa wartość prędkości wynosi:

$$A = 0.6 \text{ m/s}$$

1.2 Okres T

Okres to czas trwania jednego pełnego cyklu. Analizując wykres, zauważamy, że funkcja powtarza się co:

$$T = 0.4 \text{ s}$$

1.3 Częstotliwość f

Częstotliwość to odwrotność okresu:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{0.4} = 2.5 \text{ Hz}$$

1.4 Uzasadnienie wyboru parametrów

Z wykresu $v_y(t)$ możemy odczytać te parametry, ponieważ ruch opisany jest funkcją sinusoidalną. Prędkość w ruchu harmonicznym ma postać:

$$v_y(t) = A \sin(\omega t + \varphi)$$

gdzie: - Amplituda A to maksymalna wartość prędkości, - Okres T to czas jednego pełnego cyklu sinusoidy, - Częstotliwość f jest związana z okresem wzorem $f = \frac{1}{T}$.

Analizując kolejne maksima i zera funkcji na wykresie, możemy jednoznacznie wyznaczyć te wielkości.

Aby wyznaczyć funkcję położenia $x(t)$ w ruchu harmonicznym, korzystamy z zależności między prędkością a położeniem.

Dane z wykresu prędkości $v_y(t)$: - Amplituda prędkości: $A_v = 0.6$ m/s - Okres: $T = 0.4$ s - Częstotliwość: $f = 2.5$ Hz - Pulsacja: $\omega = 2\pi f = 5\pi$ rad/s - Faza początkowa: $\varphi = 0$

Równanie prędkości ma postać:

$$v_y(t) = A_v \sin(\omega t)$$

Aby znaleźć położenie $x(t)$, całkujemy funkcję prędkości:

$$x(t) = \int v_y(t) dt = \int A_v \sin(\omega t) dt$$

Wynik całkowania daje:

$$x(t) = -\frac{A_v}{\omega} \cos(\omega t) + C$$

Podstawiając wartości liczbowe:

$$x(t) = -\frac{0.6}{5\pi} \cos(5\pi t) + C$$

$$x(t) = -0.0382 \cos(5\pi t) + C$$

Stała całkowania C zależy od warunków początkowych, które musimy określić na podstawie ruchu.

1.5 Obliczenia stałej całkowania

Aby wyznaczyć stałą całkowania C , analizujemy warunki początkowe. Zakładamy, że dla $t = 0$ położenie wynosi $x(0) = x_0$. Podstawiając do równania:

$$x_0 = -0.0382 \cos(0) + C$$

$$x_0 = -0.0382(1) + C$$

$$x_0 = -0.0382 + C$$

Zatem:

$$C = x_0 + 0.0382$$

Wartość x_0 należy określić na podstawie warunków zadania.